Prof. Dr. Armin Iske
Dr. Andreas Vollmer
M.Sc. Lars Poppe

Fachbereich Mathematik
Universität Hamburg
Wintersemester 2022/23

Übungen zu Analysis 1

Aufgaben des Tages 10 — 17. November 2022

Aufgabe 1: *(3+2 Punkte)*

(a) Beweise unter Verwendung des Supremumsaxioms, dass das *Archimedische Axiom* in $\mathbb{R}$ gilt, wonach

$$\forall\, x, y > 0 \quad \exists\, n \in \mathbb{N} : \, nx > y$$

(b) Verwende Teil (a) und schlussfolgere, dass folgende Aussage wahr ist:

$$\forall\, x \in \mathbb{R} \quad \exists\, n \in \mathbb{Z} : \, n \leq x < n + 1$$

Aufgabe 2: *(1+2+2 Punkte)* Untersuche die Konvergenz der Zahlenfolgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, jeweils für $n \in \mathbb{N}$ definiert durch

(a) $a_n := \frac{i^n}{n^2}$;

(b) $a_n := \frac{5(n^2-1)}{n^2+5}$;

(c) $a_n := \frac{1}{kn^2+1}$ für $k \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$.

Gib bei Konvergenz deren jeweiligen Grenzwert an.

Ausgabedatum: 17. November 2022 **Abgabetermin:** 21. November 2022, 10:00 Uhr.